

Opérations sur les quotients (et fractions)

a, b, c, d sont des nombres relatifs.

1. Egalité de fractions

Règle Le quotient de deux nombres relatifs ne change pas quand on **multiplie** (ou on **divise**) son **numérateur** et son **dénominateur** par un **même nombre** non nul.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} \quad \frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k} \quad (b \neq 0 ; k \neq 0)$$

Exemple : $\frac{-18}{12} = \frac{-18:6}{12:6} = \frac{-3}{2}$

2. Multiplication

Règle Pour **multiplier** deux quotients, on **multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.**

Si b et d sont non nuls, $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} = \frac{ac}{bd}$

Remarques : Il faut appliquer la règle des signes avant d'effectuer les multiplications.
Il est préférable de **simplifier**, si c'est possible, **avant** d'effectuer les multiplications.

Exemples :

$$A = \frac{-3}{4} \times \frac{5}{7}$$

$$A = -\frac{3}{4} \times \frac{5}{7}$$

$$A = -\frac{3 \times 5}{4 \times 7}$$

$$A = -\frac{15}{28}$$

On a un quotient positif et un négatif donc leur produit est **négatif**.
On place le signe « - » devant le **produit** et on recopie les fractions sans leur signe.

$$B = \frac{15}{-49} \times \frac{-7}{10}$$

$$B = -\frac{15 \times 7}{49 \times 10}$$

$$B = -\frac{3 \times 5 \times 7}{7 \times 7 \times 2 \times 5}$$

$$B = -\frac{3}{7 \times 2}$$

$$B = -\frac{3}{14}$$

On a un quotient négatif et un positif donc leur produit est **négatif**. On recopie les fractions sans leur signe.

Il est souvent préférable de **simplifier** avant de calculer.

3. Division

a, b, c, d sont des nombres relatifs, a, b, c , et d sont non nuls.

Règle Pour **diviser** deux quotients, on **multiplie le premier par l'inverse du second.**

Rappel : L'**inverse** de $\frac{a}{b}$ est la fraction $\frac{b}{a}$. L'**inverse** de a est $\frac{1}{a}$

Si b, c, d sont non nuls, $\frac{b}{a} \div \frac{c}{d} = \frac{b}{a} \times \frac{d}{c}$.

Exemples :

$$A = \frac{4}{7} \div \frac{3}{5}$$

$$A = \frac{4}{7} \times \frac{3}{5}$$

$$A = \frac{20}{21}$$

$$B = \frac{3}{4} : \div 2$$

$$B = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$$

$$B = \frac{3}{8}$$

$$C = \frac{-8}{5} \div \frac{4}{15}$$

$$C = -\frac{8}{5} \times \frac{15}{4}$$

$$C = -\frac{8 \times 15}{5 \times 4}$$

$$C = -\frac{4 \times 2 \times 5 \times 3}{5 \times 4}$$

$$C = -6$$

4. Addition et soustraction

Règle

Pour **additionner** (ou soustraire) **deux quotients**,

- **on les met au même dénominateur**
- on **additionne** (ou on soustrait) les **numérateurs**
- on **garde le dénominateur** commun

Si $c \neq 0$:	$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$	et	$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$
-----------------	---	----	---

Exemples

$$A = -\frac{5}{11} + \frac{2}{11}$$

$$A = \frac{-5+2}{11}$$

$$A = -\frac{3}{11}$$

$$B = \frac{9}{7} - \frac{12}{7}$$

$$B = \frac{9-12}{7}$$

$$B = -\frac{3}{7}$$

$$C = \frac{1}{4} + -\frac{1}{3}$$

$$C = \frac{1 \times 3}{4 \times 3} + -\frac{1 \times 4}{3 \times 4}$$

$$C = \frac{3}{12} + \frac{-4}{12}$$

$$C = \frac{3-4}{12}$$

$$C = -\frac{1}{12}$$

On transforme les fractions pour avoir le **même dénominateur** on cherche un dénominateur commun à 3 et 4, ici 12

on applique la règle

5. Priorité des calculs

Règle

Pour effectuer une suite d'opérations avec des fractions, on doit respecter également les priorités d'opérations :

- **d'abord** les calculs entre **parenthèses**,
- **ensuite** les **multiplications** et les **divisions**,
- **enfin** les **additions** et les **soustractions**.

Exemples

$$A = \frac{3}{10} + \frac{3}{5} \times \frac{7}{2}$$

$$A = \frac{3}{10} + \frac{3 \times 7}{5 \times 2}$$

$$A = \frac{3}{10} + \frac{21}{10}$$

$$A = \frac{3+21}{10}$$

$$A = \frac{24}{10}$$

On commence par la multiplication et on recopie ce qui reste à faire.

$$B = \left(\frac{3}{8} - \frac{1}{4}\right) \times \frac{8}{7}$$

$$B = \left(\frac{3}{8} - \frac{2}{8}\right) \times \frac{8}{7}$$

$$B = \frac{1}{8} \times \frac{8}{7}$$

$$B = \frac{1}{7}$$

On commence par les parenthèses et on recopie ce qui reste à faire.

$$C = \frac{\frac{4}{9} + \frac{1}{9}}{7}$$

$$C = \frac{\left(\frac{4}{9} + \frac{1}{9}\right) \div \frac{4}{7}}{7}$$

$$C = \frac{5}{9} \div \frac{4}{7}$$

$$C = \frac{5}{9} \times \frac{7}{4}$$

$$C = \frac{35}{36}$$

On commence par l'addition car **ici les parenthèses sont cachées** :

Cas particulier : Fractions d'une quantité

Pour calculer la fraction $\frac{a}{b}$ d'une quantité Q , on multiplie $\frac{a}{b}$ par Q ,

c'est à dire $\frac{a \times Q}{b}$

Le mot « de » se traduit souvent par le signe « \times ».

Exemple : prendre les $\frac{3}{4}$ de 24

$$C = \frac{3}{4} \times 24$$

$$C = \frac{3 \times 24}{4}$$

$$C = \frac{3 \times 6 \times 4}{4}$$

$$C = 18$$

Opérations sur les quotients (et fractions)

a, b, c, d sont des nombres relatifs.

1. Egalité de fractions

Règle

Le quotient de deux nombres relatifs ne change pas quand on **multiplie** (ou on **divise**) son **numérateur** et son **dénominateur** par un **même nombre** non nul.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} \quad \frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k} \quad (b \neq 0 ; k \neq 0)$$

2. Multiplication

Règle

Pour **multiplier** deux quotients, on **multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux**.

Si b et d sont non nuls, $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} = \frac{ac}{bd}$

Remarques : Il faut appliquer la règle des signes avant d'effectuer les multiplications.
Il est préférable de **simplifier**, si c'est possible, **avant** d'effectuer les multiplications.

3. Division

a, b, c, d sont des nombres relatifs, $a, b, c, et d$ sont non nuls.

Règle

Pour **diviser** deux quotients, on **multiplie le premier par l'inverse du second**.

Rappel : L'**inverse** de $\frac{a}{b}$ est la fraction $\frac{b}{a}$. L'**inverse** de a est $\frac{1}{a}$

Si b, c, d sont non nuls, $\frac{b}{a} \div \frac{c}{d} = \frac{b}{a} \times \frac{d}{c}$.

4. Addition et soustraction

Règle

Pour **additionner** (ou soustraire) **deux quotients**,

- **on les met au même dénominateur**
- on **additionne** (ou on soustrait) les **numérateurs**
- on **garde le dénominateur** commun

Si $c \neq 0$: $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$ et $\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$

5. Priorité des calculs

Règle

Pour effectuer une suite d'opérations avec des fractions, on doit respecter également les priorités d'opérations :

- **d'abord** les calculs entre **parenthèses**,
- **ensuite** les **multiplications** et les **divisions**,
- **enfin** les **additions** et les **soustractions**.